

数学学習におけるネット利用

Math and Web study

小林 健一郎

Ken-ichiro KOBAYASHI

(平成30年10月2日受理)

要旨

基礎的な数学の学習にWebを利用した。その実際を紹介する。

KeyWords：数学教育、Web、PHP

1. 序論

近年、社会全体が多様化しており、学生の資質・バックグラウンドも多様化している。2017年度、著者は基礎数学（中学～高校程度の数学で、就職試験を意識したもの）を担当した。受講生は40名程度だったが、その中でさえ私が指示する教材を「やさしすぎる」と感じる学生から「難しい」と感じる学生まで多様であった。

このような状況でもっとも良い教育はさらなる少人数制のものであるだろうが、現実には限界がある。そこで利用できるのが、Webを使った自習ではないだろうか。本小論では、基礎数学での実践とその結果を紹介する。

2. Web宿題

理解の低い学生を補助しつつ、理解の進んだ学生には「先に行ってもらおう」ためには、講義を中心に置きながらも、両方の学生に有用な教材を提示し、それぞれの該当箇所を学習させるしかないと考える。その際、Webを利用すれば、学生諸君は必要な箇所だけを見ることができ、有用だと考えた。紙ベースで行えば、多量の不要な文書まで持たされることになるからだ。

著者は、全学生のための宿題をWebに出題し、さらに理解の低い学生のための解説も同じサイトに掲示した。理解の進んだ学生はWeb宿題をそのまま解けばよいし、理解の低い学生は講義を聞き、Web上の解説を読み、それからWeb宿題に取り組めばよい。また、必要がないと考える学生は、Web宿題をやらなくてもよいと考えた。

以上の考察より、Web宿題（学生諸君には「今日のテスト」とした）を毎日100日間出題し、それを利用して次のように成績をつけることにした。ただし、実際には、7日は紙で行い。Web宿題は93日間となった。

- Web宿題で1題正解すれば宿題点を1点足す。
宿題点の合計は100点（紙の宿題点と合わせて）になる。
- 学期末に100点満点のテストをする。
ただし、テストを受けなければ宿題点は0点する。
- 成績は宿題点とテスト点の合計とする。
ただし、合計が100点を超えれば100点とする。

基礎数学のホームページは図1のようなものである[1]。（イラストは「いらすとや」さんのものを使用した[2]。）この講座の目的はSPIなどのテストで良い点を取ることであり、その点は明記している。

数学のテストで良い点取ろうぜ！

宿題テストは1月15日まで出題されます。



宿題点が高くてもテストを受けなければ0点です。
テストは必ず、必ず受けてください！

土曜日も日曜日もやってます。
テストは一日一度しかできませんが、ニックネームだけは変えられます。
[今日のテスト](#)
[ゲットした点数](#)

期末試験は宿題問題から30題選んで60分で解いてもらいます。
1題2分の猛スピードです。
過去問を見て勉強しておいてください。
[過去問を見る](#)

図1. 基礎数学ホームページ（イラストやメッセージは適宜変更した）

Web宿題は「今日のテスト」のリンクから行うことができる。これは「1日1題」しか出題されず、その日が過ぎれば決して解答できないようにした。そうすることで、必要と感じる学生には毎日学習するように促したのである。ただし、「1日1題」は、より正確には、図2のようなアルゴリズムで行った。

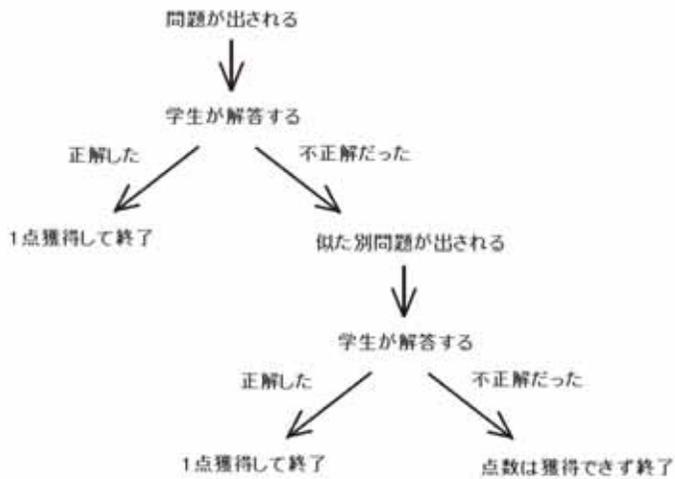


図2. Web宿題のアルゴリズム

Web宿題の画面は図3（入口）、図4（出題）、図5（学生の解答後の解説）である。

基礎数学毎日テスト

毎日、毎日、テスト。いや、まじで。
ただし、テストは1日1回しかできません。

学籍番号7桁で、fはいらない、むしろ、入れたらアウト。
「ニックネーム+ゲットした点数」は公開されます。そのつもりで。
なんだったら、ニックネームをコロコロ変えましょう。

問題がはじまってから「戻るボタン」を押すと解答権がなくなります！
問題がはじまってから「戻るボタン」は押さないでください！

学籍番号

ニックネーム

図3. Web宿題「今日のテスト」の入り口

kenさん、がんばれ
2018年01月10日

ある商品の定価を仕入れ値の4割増しに設定したところ、
売れなかったので、25%引きにしたところ、
割引後の値段は2520円となった。
仕入れ値はいくらだったか？

- 2000円
- 2100円
- 2200円
- 2300円
- 2400円
- 2500円

採点

図4. Web宿題出題の例（名前をkenとした場合）

がんばったね
2018年01月10日

問題：

ある商品の定価を仕入れ値の4割増しに設定したところ、
売れなかったので、25%引きにしたところ、
割引後の値段は2520円となった。
仕入れ値はいくらだったか？

解答：

仕入れ値を x 円とすると、

$$x \times 1.4 \times 0.75 = 2520$$

よって、

$$x = 2400$$

正解 : 2400 円

あなたの解答 : 2400 円

おめでとう！正解です。 1点ゲット。

点数確認

図5. Web宿題で正解した場合

Web宿題の最初の解答が不正解だった場合、図5の「点数確認」ボタンが「もう1回」ボタンになっていて、それを押すと数値が違う問題で解答できるようにした。

また、問題には4～8通りのバリエーション（数値等が違うもの）があり、アクセスした人によって（確率的にだが）違う問題が出るようにした。したがって、誰かが最初にやった結果を他人がそのまま利用することはできないはずである。これらは、PHPで作成した。

宿題を100題正解した学生はテスト0点でも成績は100点になる。宿題を1題も解かなかった学生もテストで100点を取れば成績は100点になる。もちろん、大多数はこの中間的なケースになる。

たとえば、「宿題を全部他人にやらせ、テストで0点を取った学生」も成績では100点に

なってしまう。しかし、「100日間毎日（あるいは、かなりの日数）Web宿題にアクセスし、正解し続けてくれる人」を見つけ出すのは困難だろう。仮にそのように苦勞して宿題をやらせてもらっても、おそらく散々な結果になるテストを本人が受ける可能性も低いだろう。（「宿題点がどんなに良くても、テストを受けなければ、成績は0点にする」という宣言は繰り返している。）それでも、そのような不正がある可能性はあるが、そこまでして不誠実なことをする学生がもしいるなら、その学生はどうあっても不誠実な態度を貫くだろうし、そこまで考慮しなくてよいと考えた。

獲得した点数の確認はニックネームで公開するようにした（図6）。個人にだけ知らせるようにしなかったのは、これが機能していることを知らしめつつ、学生同士で切磋琢磨してほしかったからである。

m	37
ああああ	39
専用シロイルカ	65
モーさん	79
いはいい	43
え	72
U1	34
りむかや	15
9('ω')	23
アザビバ	65
やる	85
ん?	59
ろば	8
麻呂	69
エックス	0
つつや	11
タントゥン	2
KOR	25
Z	64
つつちー	11
りんご	40
マッキー	73
ニックネーム	69
バンドリーマー	80
あ	12
新世界の神になる	61

図6. ニックネームと獲得点数（実名に近いものは削除した）

宿題はWeb上の採点であるため、選択問題とした。初め選択肢は4つに固定したが、選択肢を増やした途端に正解率がかなり下がった。残念ながら「何も考えずに解答し、運よく当たれば良い」と考えた学生がいたのかもしれない（証拠はない）。さらに言うと、1回目に不正解となってから2回目の解答まで数分以上かける学生が最も多いが、1分以

内に再解答し再び間違っている学生もいる。これも「考えずに選択した」という可能性が高いだろう。

3. Webの解説部

先に述べたようにWebには、学生が自習するための工夫もした。図7は図1に示したホームページの続きである。小テストの問題・解答は順次追加したものである。

小テストでいまいちだった人は以下で復習しておきましょう。
要は、「繰り返しで覚える」です。しばらく掲示しておくことにしました。

10月31日の問題	10月31日の解答
11月14日の問題	11月14日の解答
01月09日の問題	01月09日の解答

比

- [単位量当たりの大きさ・分数](#)
- [速さの問題](#)
- [割合の問題](#)
- [塩水の問題](#)
- [王ノの流れ](#)

方程式

- [方程式の問題](#)

場合の数と確率

- [場合の数](#)
- [確率](#)

図7. ホームページ（図1の続き）

実際のテストで出題されるのは、こんなにストレートではなくて、たぶん、複合的になっている。しかし、落ち着いて考えれば、同じことの繰り返しである。その際、簡単な図を描くと間違いが減ると思う。

例題2-3

ある道のりを分速30 m で歩くと 2 時間かかった。

この道のりを1時間40分で歩くには、分速何 m で歩けばよいですか？

まず、ざっと図を描くと、次のようになるだろう。

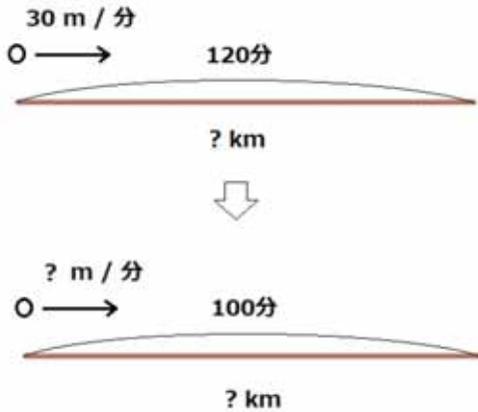


図 8. 解説の一部

これらの解説がどれくらい利用されたか統計は取っていないが、適宜参照している様子は確認している。

4. テストと宿題の結果

テスト結果は次のようになった。

点数	人数
0 - 9	3
10 - 19	6
20 - 29	3
30 - 39	8
40 - 49	6
50 - 59	1
60 - 69	4
70 - 79	3
80 - 89	3
90 - 100	1

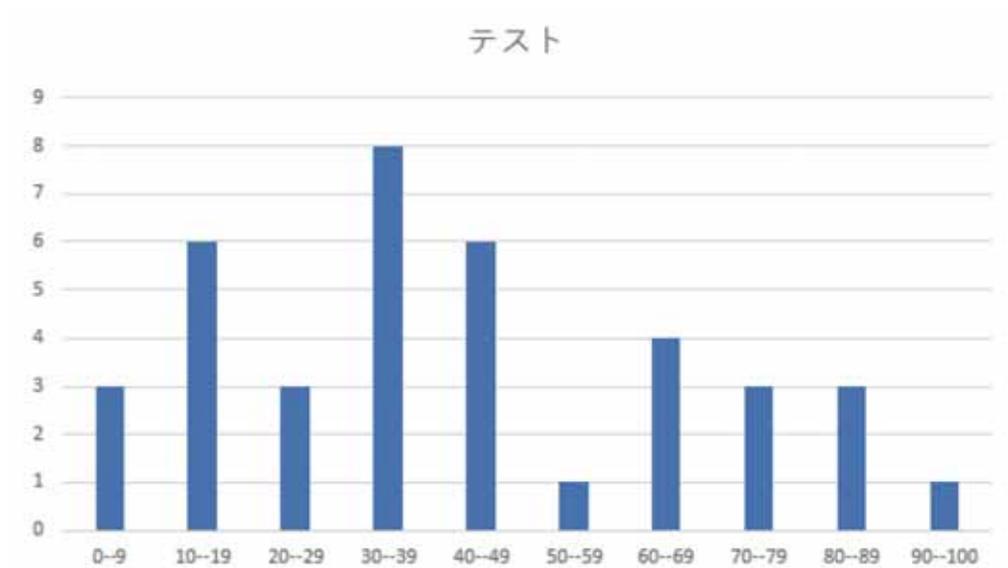


図9. テスト結果（横軸は点数、縦軸は人数）

テストの平均点は42.6点、標準偏差は24.7点だった。点数が広く分布していることが特徴だと思う。

Web宿題点の結果は次の通り。

点数	人数
0 - 9	10
10 - 19	5
20 - 29	4
30 - 39	3
40 - 49	2
50 - 59	2
60 - 69	6
70 - 79	3
80 - 89	3
90 - 93	0

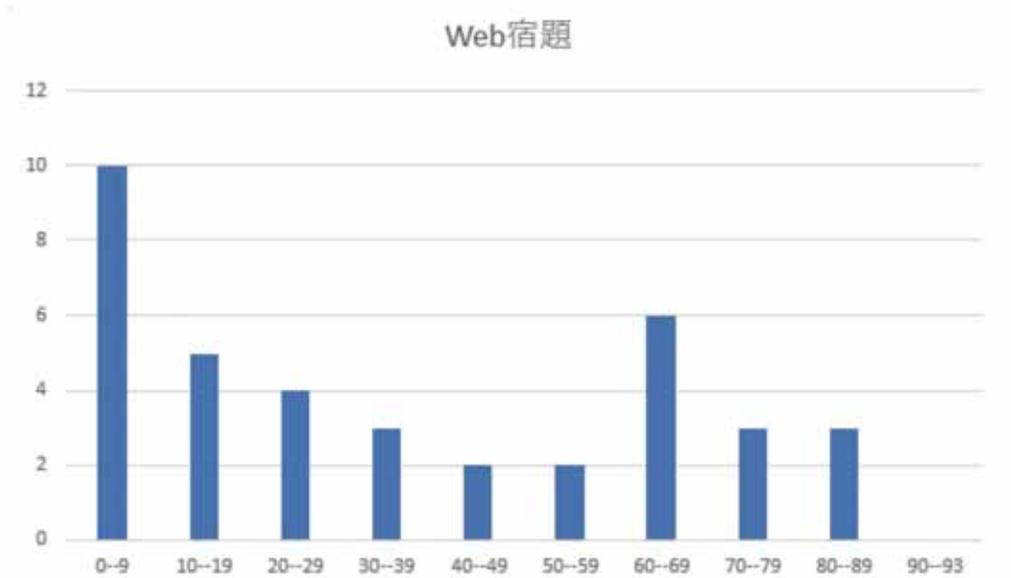


図10. Web宿題結果（横軸は点数、縦軸は人数）

宿題の平均は35.4点、標準偏差は29.1点だった。テスト結果とは形が違うが、これも広く分布していると言えるだろう。

テスト結果と宿題の相関図は次のようになる。

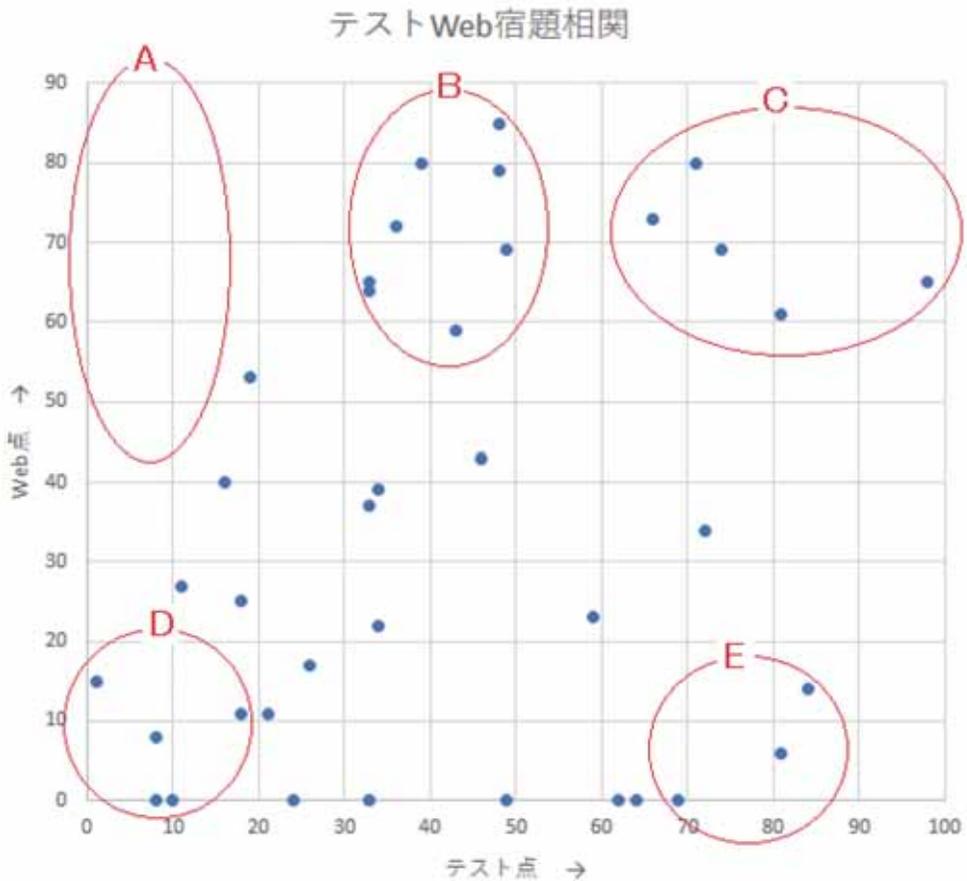


図11. テストと宿題の相関（横軸がテスト点で縦軸が宿題点）

大文字アルファベットと丸印はおおまかなグループ分けである。もちろん、厳密なものではないが、このように分けることで考察できることがあると思う。Aは「宿題をたくさんしたがテストの点が悪いグループ」である。幸い1人もいなかった。Bは「宿題をたくさんし、テスト点は中の下くらいだったグループ」、Cは「宿題をたくさんし、テストの点も良かったグループ」、Dは「宿題をあまりやらずテストの点も悪いグループ」、Eは「宿題はあまりやらずテストの点が良かったグループ」である。

相関係数は0.27だった。これは「弱い正の相関」である。

テストが平均点以上の学生と未満の学生でWeb宿題点の平均を取ると次のようになる。

	宿題の平均点
テスト点が平均未満	29.3点
テスト点が平均以上	42.2点

テストの平均点は42.6点。

この表では相関があるように見える。しかし、図9では、テストの点が60点近辺で谷があるように見える（図11でもそれが見える）ので、テストの点が60点以上と未満で分けて平均を見ると次のようになる。

	宿題の平均点
テスト点が60点未満	35.0点
テスト点が60点以上	36.5点

これで見るとテストの点と宿題の点にほとんど相関がない。

宿題が平均点以上の学生と未満の学生でテストの平均点を取ると次のようになる。

	テストの平均点
宿題点が平均未満	37.7点
宿題点が平均以上	48.2点

宿題の平均点は35.4点。

ここでは相関が見える。また、図10（および図11）では、Web宿題55点近辺で「変化」が見えるので、そこで区切ってテストの平均点を見ると次のようになる。

	テストの平均点
宿題点が55点未満	36.0点
宿題点が55点以上	55.3点

これでも相関が見える。

もちろん、「何点で分けるか」は恣意的である。区切りによって傾向が違って見えるのは、「Bグループがどちらの区切りに入るか」の違いである。Bグループについては次の節で考察したいが、ここまでの事実、次の結論を示唆していると思われる。

- ・テストの点の上位者には宿題をやっている学生とやっていない学生が同程度いる。
- ・テストの点の下位者では宿題をやっている学生の方がテストの点数が高い傾向がある。

5. 考察

教育者としては「宿題をやらせたらテストの点が上がった」という結論が好ましいかもしれない。しかし、「意図的に宿題をやらせないグループ（本来宿題をするタイプなのにさせないグループ）」を作って比較しなければそのような研究はできない。今回それはやっていないし、将来的にも倫理上難しいだろう。

また「宿題をよくやるグループのテストの点がよい」という結論が好ましいかもしれない。確かにそのような傾向は出ている。しかし、全体を見ると「強い傾向」とは言えない。

著者が講義でこの方式をはじめた1つの理由には、「宿題をやらせることで学力を上げたい」もあった。しかし、はじめに述べたように、主な理由は学生の多様化への対応である。

テスト点上位者（70点以上）7名のテスト点とWeb宿題点を書き出すと次のようになる。

	テスト点	Web点	Web宿題失敗数
学生1	98	65	0
学生2	84	14	2
学生3	81	61	8
学生4	81	6	3
学生5	74	69	3
学生6	72	34	3
学生7	71	80	5

やはり、「テスト点の上位者には、テスト点とWeb宿題点の相関があまり見られないこと」がここでも見える。

ここでWeb宿題失敗数とは「1題の宿題で正解できなかった回数」である。1題につきチャンスが2回与えられるが、2回とも誤答したものを「失敗1回」と数えている。学生4を除くと「テスト点上位者はWeb失敗の割合が低い」と言えるだろう（後述する）。学生4はWeb宿題の回数自体が少ないので、「3回の失敗（5割の失敗）」でWeb宿題をする気持ちがなくなったのかもしれない。それでも、テストで良い点を取っているので問題は無いと考える。この学生は数学にあまり自信がないようだが、ほぼ毎回講義に出席し、まじめに学習していたことを確認している。

なお、上記学生及答案全般で言えることだが、余白に計算や図がたくさん書かれており、ちゃんと「問題と戦った」ことが見て取れた。

テスト点下位者（20点以下）の表を作ると次のようになる。

	テスト点	Web宿題点	Web宿題失敗数
学生8	1	15	13
学生9	8	0	0
学生10	8	8	5
学生11	10	0	0
学生12	11	26	19
学生13	16	0	0
学生14	18	25	17
学生15	18	11	5
学生16	19	53	18

ここでWeb宿題点が0点の学生は宿題をしていない学生であり、したがって失敗もし

ていない。

学生8はWeb宿題28題にトライし、そのうち13題失敗（1題につき2回誤答）している。学生8に限らずテスト点下位で比較的宿題点のある学生は失敗数も多いのが特徴である。これは「がんばったけれど学力がつかなかった」なのか「Web宿題をまじめにやらなかった（選択肢をクリックしただけ）」なのか、これだけでは判断がつかない。しかし、解答には2回チャンスがあり、1回目の誤答の際に解答方法の説明が表示される。その説明を読んでなお2回目も誤答したわけであり、「まじめではなかった」という可能性は捨てられないと思う。もちろん、そうでない場合（まじめだがこの方法があっっていなかった場合）も含めて、著者の課題である。

グループとして気になるのはBグループである。「Webテストが50点以上でテスト点が30点以上50点未満」、すなわち「宿題点は高いがテスト点は中の下」というグループである。これは、「まじめにがんばったのにテストの点はあまり良くなかったグループ」と解釈されるかもしれない。もしそうであるなら、彼らのテスト点向上のためにさらに工夫が必要である。しかし、「何もしなければテストがもっと悪かったところ、宿題をしたことで、成績優秀者にこそならなかったが向上はしたグループ」であるかもしれない。それなら、Web宿題方式は彼らでこそ成功したと言えるだろう。

この2つの解釈のどちらが正しいかここで判断することはできないが、Aグループに人がいないということ、つまり、「宿題をたくさんしたがテストの点がとても低い」という学生はいなかったということから、後者であったと期待したい。

Web宿題をどれだけ有効に利用したかについて、1つの指標として次のようなものが使えるかもしれない。

$$\text{Web宿題失敗率} = (\text{Web失敗数の合計}) / (\text{Web宿題点の合計} + \text{Web失敗数の合計})$$

たとえば、テスト点上位者で計算すると、 $24/353=0.068$ となる。

	Web宿題失敗数
テスト点上位者(70点以上)	0.068
テスト点下位者(20点未満)	0.36
Bグループ	0.096

BグループはもともとWeb宿題点が高いグループなので失敗率が低いのは当然である。しかし、Web宿題を回数多く行い、失敗率が低い（1回間違えても2回目には正答している）ということは、まじめに勉強したということだと思う。

謝辞

ご協力いただいた静岡産業大学情報学部の先生方、また、学生諸君に感謝します。また、フリー素材を提供している「いらすとや」さんに感謝します。

参考文献

- [1] <http://f-ssu.com/ken/>
- [2] いらすとや <https://www.irasutoya.com/>

